

Financement dynamique des intermédiaires financiers : l'effet de la volatilité du taux de crédit sur les dépôts de base

Of Dynamic Funding of Financial Intermediaries: The Effect of Credit-Rate Volatility on Savings Deposits

Jean-Pierre D. Chateau

Volume 66, numéro 1, mars 1990

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/601519ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/601519ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Chateau, J.-P. D. (1990). Financement dynamique des intermédiaires financiers : l'effet de la volatilité du taux de crédit sur les dépôts de base. *L'Actualité économique*, 66(1), 50–64. <https://doi.org/10.7202/601519ar>

Résumé de l'article

L'étude examine les effets à court et long terme de la volatilité du taux de crédit sur les moyens de financement d'un intermédiaire financier qui est caractérisé par la neutralité au risque et des rendements constants à l'échelle dans sa technologie de transformation d'actifs. Étant donné l'existence de coûts d'ajustement convexes, nous démontrons que le flux courant de dépôts nouveaux est une fonction croissante du prix d'ordre des dépôts existants. Nous prouvons aussi qu'un accroissement de la volatilité du taux de crédit augmente le flux courant de dépôts nouveaux. De plus, si le taux de crédit ne présente pas de corrélation chronologique, cette volatilité accrue fait monter le niveau anticipé d'équilibre à long terme des dépôts de base. Ces résultats se vérifient également dans la plupart des cas où le taux est corrélé chronologiquement. Les fluctuations du taux de crédit étant corrélées, le modèle d'optimisation peut même entraîner une situation particulière, la désintermédiation à long terme des dépôts de base. C'est le cas si le coût marginal d'ajustement est plus convexe que la fonction d'intermédiation : ceci ne se réalise (de façon non ambiguë) que s'il y a forte persistance temporelle des fluctuations du taux de crédit, que si le facteur d'actualisation est faible et que si le taux d'attrition des dépôts existants est élevé.

FINANCEMENT DYNAMIQUE DES INTERMÉDIAIRES FINANCIERS: L'EFFET DE LA VOLATILITÉ DU TAUX DE CRÉDIT SUR LES DÉPÔTS DE BASE*

Jean-Pierre D. CHATEAU
Faculté de Management
Université McGill

RÉSUMÉ – L'étude examine les effets à court et long terme de la volatilité du taux de crédit sur les moyens de financement d'un intermédiaire financier qui est caractérisé par la neutralité au risque et des rendements constants à l'échelle dans sa technologie de transformation d'actifs. Etant donné l'existence de coûts d'ajustement convexes, nous démontrons que le flux courant de dépôts nouveaux est une fonction croissante du prix d'ordre des dépôts existants. Nous prouvons aussi qu'un accroissement de la volatilité du taux de crédit augmente le flux courant de dépôts nouveaux. De plus, si le taux de crédit ne présente pas de corrélation chronologique, cette volatilité accrue fait monter le niveau anticipé d'équilibre à long terme des dépôts de base. Ces résultats se vérifient également dans la plupart des cas où le taux est corrélé chronologiquement. Les fluctuations du taux de crédit étant corrélées, le modèle d'optimisation peut même entraîner une situation particulière, la désintermédiation à long terme des dépôts de base. C'est le cas si le coût marginal d'ajustement est plus convexe que la fonction d'intermédiation: ceci ne se réalise (de façon non ambiguë) que s'il y a forte persistance temporelle des fluctuations du taux de crédit, que si le facteur d'actualisation est faible et que si le taux d'attrition des dépôts existants est élevé.

ABSTRACT – *Of Dynamic Funding of Financial Intermediaries: The Effect of Credit-Rate Volatility on Savings Deposits.* This paper looks at the near-term and equilibrium effects of loan-rate volatility on the optimal liability-funding policies of a risk-neutral intermediary that exhibits constant returns to scale in its asset transformation technology. It is shown, first, that given convex adjustment costs, the flow of current new savings is an increasing function of the shadow price of existing deposits. It is shown, next, that increased credit-rate volatility raises this current flow of new savings; and rate volatility also affects positively the expected long-run holding of core deposits, if the loan rate is serially uncorrelated. These results hold true for most cases of serial correlation as well. Finally, it is shown that when credit rate fluctuations show temporal persistence, the model will lead explicitly to long-run disintermediation under the following restrictive conditions: the adjustment cost technology is more convex than the intermediation technology, where more convex hinges on serial correlation in rates, the discount factor and the attrition rate of core deposits.

* Nous avons bénéficié des conseils de nos collègues J.-L. Goffin, M. Gordon, E. Losq, B. Ma et L. Nagar; des échanges avec les participants aux séminaires donnés aux Universités McGill et de Toronto; et des critiques constructives de C. Fluet ainsi que de deux arbitres anonymes. Une version précédente fut présentée au congrès de l'Econometric Society à Budapest en septembre 1986.

I. INTRODUCTION

L'objectif principal de l'étude est d'analyser l'effet de la variabilité du taux de crédit sur les politiques de passifs d'un intermédiaire financier. Cet objectif théorique correspond à une présentation stylisée du problème réel (et d'actualité) suivant. Supposons que des rumeurs circulent quant à la qualité des prêts consentis par un intermédiaire financier. Celui-ci accroît alors ses provisions pour pertes sur prêts, ce qui est équivalent à une diminution du taux de rendement moyen réalisé sur le volume global de prêts; cette diminution est due soit au non-paiement d'intérêt soit au défaut sur principal. Au lieu de provisions, l'intermédiaire peut aussi reconnaître ses pertes, ce qui est susceptible de rendre ses déposants nerveux. Aussi ne renouvèlent-ils pas leurs dépôts lorsqu'ils viennent à échéance, voire s'efforcent de retirer leurs gros dépôts même s'ils doivent subir une pénalité pécuniaire. La banque fait face alors à une situation de désintermédiation financière puisqu'elle ne peut remplacer les dépôts (existants) retirés par de nouveaux dépôts. Si la désintermédiation se prolonge, elle peut entraîner une banqueroute ou une intervention de la banque centrale. C'est le processus dynamique d'injection ou de retrait des moyens de financement du crédit, plutôt que son issue fatale la banqueroute, que nous analysons ici (voir aussi l'article de Diamond et Dybvig [1983] sur les paniques bancaires).

Quant au modèle formel présenté, il vise à répondre à une question spécifique: quels sont les effets de la volatilité/l'incertitude du taux de crédit (ou de sa demande) sur les stratégies de financement, c.-à-d. sur les flux courants et futurs de dépôts nouveaux et sur le stock d'équilibre à long terme des dépôts existants? Et cette question s'applique à un intermédiaire caractérisé par la neutralité au risque et une technologie de transformation d'actifs qui est homogène linéaire et concave. D'une façon générale, la réponse attendue est la suivante: en présence d'une volatilité accrue du taux de crédit, la gestion dynamique des moyens de financement génère un accroissement du flux de dépôts nouveaux. Celui-ci, à son tour, accroît le volume des dépôts existants et entraîne un gonflement de l'offre de crédit produite par une intermédiation positive. Dans un cas particulier, toutefois, la procédure d'optimisation dynamique des dépôts entraînera un retrécissement de la base des dépôts existants, phénomène appelé en langage technique la désintermédiation financière. Ce cas d'espèce sera traité avec toute l'attention qu'il mérite.

L'incertitude qui nous concerne est celle du taux (de la demande) *futur* de crédit: en d'autres termes, le taux courant est connu mais les chocs aléatoires futurs font évoluer les taux anticipés au-delà ou en deçà d'un taux historique moyen. Les forces du marché ont tendance alors à ramener les taux courants futurs vers cette norme historique. Cette dynamique de taux est combinée à une technologie d'intermédiation qui transforme intrants financiers et autres en offre de crédit. Nous mettons l'accent sur deux sources de financement qui ne sont pas parfaitement substituables, c.-à-d. certificats de dépôts en gros et dépôts (courants et d'épargne) de détail. Quant à la dynamique de ces derniers, elle est basée sur la dichotomie dépôts existants (ou encore de base) et dépôts nouveaux. Ces derniers sont caractérisés par

des coûts d'ajustement convexes. Finalement, tout ce qui précède est incorporé dans un modèle d'équilibre partiel qui vise à optimiser les cash-flows intertemporels de l'intermédiaire sur un horizon de planification infini.

Dans ce contexte d'intermédiation dynamique, nous déterminons l'impact de la volatilité du rendement sur prêts sur le flux de dépôts nouveaux, et partant, sur le stock stable attendu à long terme des dépôts de base. La contribution théorique de l'étude est triple: (1) nous déterminons de façon explicite qu'en présence de coûts d'ajustement, le flux de dépôts nouveaux est une fonction croissante du prix d'ordre des dépôts existants. (2) nous démontrons qu'un accroissement de la volatilité du taux de crédit (qui demeure alors constante à travers le temps) a pour effet d'accroître flux courants et futurs des dépôts nouveaux, et dès lors, d'affecter positivement l'espérance mathématique du stock d'équilibre à long terme des dépôts existants. (3) nous définissons les conditions restrictives pour lesquelles les fluctuations (corrélées chronologiquement) du taux de crédit entraînent une désintermédiation explicite à long terme. Tout ceci fait l'objet des trois sections suivantes.

La section II décrit en détail la dynamique du taux de crédit, les technologies d'intermédiation et de coût d'ajustement, et formule le modèle d'optimisation en temps discret des moyens de financement. La section III résout le modèle et examine les effets à court terme de la volatilité du taux de crédit sur le flux de dépôts nouveaux. Les effets à long terme font l'objet de la section IV où est également traité le cas particulier de la désintermédiation à long terme des dépôts de base. En plus de reprendre les principaux résultats théoriques, la conclusion examine brièvement certaines limitations formelles d'une spécification robuste.

II. LE MODÈLE

Soit un intermédiaire financier représentatif qui participe au marché de crédit en compétition pure et parfaite. Dans ce cas, sa demande de crédits s'écrit $\tilde{\ell} = \ell(u, t)$ où $\tilde{\ell}$ désigne le taux stochastique (°) de crédit, u un processus d'incertitude et t la référence temporelle. L'évolution de cette demande est généralement formalisée par une dynamique de taux. Avant de présenter cette dernière, nous souhaitons préciser la nature et l'origine des fluctuations de $\tilde{\ell}$. Pour fins d'analyse, nous considérons deux sources majeures de fluctuations: la première est la structure à terme des taux d'intérêt qui reflète l'évolution du cycle économique et les conditions d'offre et de demande sur le marché agrégé de crédit. Ces conditions de marché déterminent le taux contractuel ℓ_c qui est exogène à l'intermédiaire. La seconde source de fluctuations est spécifique (endogène) à l'intermédiaire puisque ces variations de taux proviennent du risque de défaut sur prêts. En effet, les provisions pour pertes ou les pertes réelles sur prêts existants sont équivalentes à une réduction du taux contractuel et reflètent les conditions de prêt propres à l'intermédiaire (son aire géographique, les industries et secteurs auxquels il prête, etc.). Ces pertes sur principal et/ou défauts de paiement d'intérêts créditeurs sont représentés par $\theta(\ell_c)$, le montant aléatoire de défaut exprimé en pourcentage du taux créditeur contractuel.

En combinant les deux sources de fluctuations, on obtient $\bar{\ell} = \ell_c - \theta(\ell_c)$, où $\bar{\ell}$ désigne alors le taux réel ou rendement effectif; ce dernier est considéré comme exogène par l'intermédiaire représentatif (voir Lucas et Prescott [1971] pour une procédure d'endogénéisation du taux de crédit effectif).

L'évolution dynamique du taux effectif est représentée par le processus autorégressif

$$\ell_t - \bar{\ell} = \rho(\ell_{t-1} - \bar{\ell}) + \varepsilon_t, \quad (1)$$

où $|\rho| < 1$ désigne le coefficient d'ajustement des oscillations temporelles et où $\varepsilon_t = N(0, \sigma^2)$ désigne l'erreur aléatoire normalement distribuée de moyenne nulle et de variance σ^2 . La relation (1) indique que les chocs non anticipés (dûs au marché ou au défaut de paiement) font évoluer ℓ de part et d'autre de $\bar{\ell}$, le taux de crédit «normal» défini comme une moyenne mobile de taux passés. Les forces du marché ont tendance cependant à ramener ℓ vers cette moyenne à long terme, $\bar{\ell}$. La banque, connaissant ce processus de retour à la moyenne, ajuste ses prévisions de taux au fur et à mesure de l'arrivée d'information sur ℓ . Dans la mesure toutefois où $|\rho| > 1$, des chocs négatifs répétés auraient pour effet de faire passer $\bar{\ell}$ sous le coût moyen des dépôts, voire de faire évoluer $\bar{\ell}$ vers zéro — ce qui correspond alors au cas classique de banqueroute. En d'autres termes, la présente étude examine comment l'intermédiaire financier stabilise ou fait croître ses moyens de financement en présence de fluctuations du taux de crédit effectif qui se dissipent avec le temps (puisque $|\rho| < 1$).

En réponse aux fluctuations de la demande, l'intermédiaire ajuste son offre de crédit. Cette dernière est «produite» à l'aide d'une fonction d'intermédiation qui transforme les intrants, financiers et autres, en offre de crédit (cf. Desmuhk, Greenbaum et Kanatas [1983] au sujet de cette fonction de «transformation d'actifs»). Formellement, nous postulons que $L^s = I(D, CD, X, Y, Z, \dots)$ où la fonction déterministe $I(\cdot)$ indique que nos deux moyens de financement (les dépôts de détail D , et les certificats de dépôts en gros, CD) sont combinés à d'autres intrants tels que personnel bancaire X , réseau d'agences Y , capital-actions Z , etc. Cette fonction indique que l'intermédiaire procède à une transformation qualitative des financements puisqu'il collecte ceux-ci avant de satisfaire la demande de crédit et modifie leurs attributs — leur divisibilité et leur durée. Il agit dès lors comme producteur de crédit avec inventaire de financements, ce qui est caractéristique d'une banque de dépôts avec réseau d'agences. En cela il diffère d'une banque commerciale ou d'investissement dont le financement est basé sur les gros dépôts et la simultanéité (voir l'inversion de l'ordre) des financements et des prêts (voir à ce sujet Diamond et Dybvig [1983]). Afin de préciser plus encore notre spécification, nous choisissons la structure $L^s = I(CD, D)$, cette fonction étant homogène du premier degré et

concave. A titre illustratif, supposons que l'offre de crédit est du type¹ $L^s = CD^a D^b$ avec $a+b=1$; cette fonction est linéaire par rapport aux financements totaux mais concave par rapport aux sources spécifiques. Le cas de deux sources de financement est étendu facilement à celui de sources multiples.

L'étape suivante vise à mettre l'accent sur deux caractéristiques utiles des sources de financement du crédit, c.-à-d. la substitution imparfaite existante entre *CDs* et dépôts de détail et la nature quasi-permanente de ces derniers. D'une part, les *CDs* sont vendus par l'intermédiaire sur un marché de gros (montant minimal important) très compétitif où les coûts de transaction sont négligeables. Ils constituent donc au bilan des passifs relativement flexibles requérant peu de service bancaire et dont le risque de taux peut être couvert sur le marché à terme. Ils ne sont toutefois pas parfaitement substituables aux dépôts de détail (dépôts courants et d'épargne ou à terme) puisque leur taux contractuel m est souvent supérieur (et parfois de façon substantielle) à celui sur dépôts de détail.

Les dépôts de détail, D , constituent d'autre part une source de financement quasi-permanente dont le coût est partiellement fixe et partiellement variable. Ces dépôts sont permanents (ou plus permanents que les *CDs*) car ils demeurent en banque et sont réinvestis à l'échéance. Flannery (1982), toutefois, indique qu'il existe des périodes où les banques sont prêtes, à court terme, à rémunérer les dépôts de base au-delà du taux sur *CDs*, pour les garder. Les coûts contractuel et de gestion courante des dépôts sur comptes existants sont proportionnels au montant de dollars en compte: ces coûts sont reflétés dans le taux explicite sur dépôts de détail, s . Par contre, lorsque l'intermédiaire s'efforce d'attirer des dépôts additionnels par ouverture de comptes nouveaux, il fait face à diverses dépenses: frais d'ouverture de compte, frais d'information sur taux et frais de campagne publicitaire de masse, ces deux derniers pouvant être croissants dépendant des médias utilisés. Parmi les coûts de transaction spécifiques, il convient de retenir le paiement du port postal en cas d'ouverture par la poste, les frais de transfert à partir d'une autre banque, mais surtout les cadeaux, primes et bonifications de taux qui vont souvent en croissant avec le montant d'argent déposé. Certains de ces coûts d'ajustement sont internes à l'institution, d'autres externes (pour plus d'information sur la relation de dépôts de détail, voir Chateau [1985 et 1989], Flannery [1982] ou les surveys de Baltensperger [1980] et Santomero [1984]). Faisons alors l'hypothèse qu'il existe une relation, même implicite, de coût entre le nombre de comptes et le flux total de

1. La technologie d'intermédiation est souvent formalisée à l'aide d'une fonction de Cobb-Douglas sous contrainte (cf. les surveys de Baltensperger [1980] et Santomero [1984] et les références qu'ils contiennent). Une variante est la fonction à coefficients fixes qui est concave en *CDs* (pour plus de détails, voir Clarke [1984] et ses références additionnelles). Heuristiquement, les deux approches peuvent être intégrées de la façon suivante: combinons divers processus d'intermédiation à coefficients fixes jusqu'à ce que les courbes de production de crédit deviennent lisses, continues et convexes, et, approximativement la fonctionnelle de Cobb-Douglas (je remercie mon collègue B. Ma pour avoir attiré mon attention sur ces conditions semi-fortes). Pour une fonction de transformation d'actifs généralisée, on consultera Hancock (1985) ou Lawrence (1989).

nouveaux dépôts, S : soit la fonction de coût d'ajustement² (différentiable trois fois) $c(S)$ où $c(0)=0$, $c'(S)>0$ et $c''(S)>0$ pour $S>0$, un prime désignant une dérivée partielle. Le fait que le coût total soit croissant indique que plus l'ajustement temporel est rapide plus il est onéreux; il indique aussi que le marché de détail est du type compétition imparfaite. Enfin, si le coût *marginal* est bien croissant, cette croissance peut être à un taux décroissant puisque nous ne faisons *a priori* aucune hypothèse de signe pour $c'''(S)$.

Étant donné la dichotomie stock de dépôts existants-flux de dépôts nouveaux que nous venons d'introduire, la fonction d'accumulation dynamique s'écrit

$$D_t = S_{t-1} + \lambda D_{t-1} \quad (2)$$

où $(1 - \lambda)$ désigne le taux proportionnel constant d'attrition du stock de dépôts existants, D_0 désignant alors le montant initial de ceux-ci. Il convient de reconnaître que la constance du taux de rétention λ constitue une hypothèse de travail restrictive³ qui simplifiera les développements ultérieurs; ceci par analogie avec la théorie du capital où une telle simplification est courante. A chaque instant, l'intermédiaire collecte un flux d'intérêts sur crédit et encourt des dépenses sur intrants financiers, y compris des coûts d'ajustement. Dès lors, les cash-flows afférents à l'intermédiation sur crédit⁴ s'écrivent

$$CF(t) = \ell L^s - mCD - sD - c(S). \quad (3)$$

Le but de l'intermédiaire caractérisé par la neutralité au risque est de choisir les variables de financement CD_t et S_t , de façon à maximiser l'espérance mathématique des cash-flows actualisés. Soit

$$\max_{CD_t, S_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} r^t [\ell_t I(CD_t, S_t) - m_t CD_t - s_t D_t - c(S_t)] \right\} \quad (4)$$

2. Les modèles stochastiques d'investissement avec coûts d'ajustement furent introduits par Gould (1968), Lucas (1967), et Hartman (1972), et raffinés par Abel (1983 et 1984) et Pindyck (1982). Chateau (1985 et 1989) utilise une spécification microfinancière équivalente. La question de l'importance des charges implicites et explicites dans les coûts d'opération fut déjà traitée par Mitchell (1979) et Startz (1983): selon eux, en vue d'augmenter le volume de dépôts, les intermédiaires subventionnent certaines opérations telles que paiement de chèques, transfert de fonds, extraits de compte, etc. Les différences institutionnelles entre les États-Unis et le Canada sont examinées, entre autres, dans Bond, Chant et Shearer (1984), et Lerner (1980).

3. En réalité λ est une fonction du taux sur dépôts d'épargne, des rendements sur instruments financiers alternatifs et des coûts d'ajustement encourus par les consommateurs-épargnants lors de modifications de leur portefeuille, entre autres. Comme certaines de ces variables ne sont point contrôlées par l'intermédiaire, la constance de λ dans un modèle d'optimisation conduira à un équilibre partiel pour l'intermédiaire. Pour obtenir un équilibre général, il faudrait que les portefeuilles des consommateurs-épargnants, entre autres, soient également en équilibre.

4. Puisque les activités de liquidité et de portefeuille ne relèvent pas de l'intermédiation proprement dite, les profits d'opération s'écrivent $PO(t) = CF(t) + \bar{\pi}(t)$ où la composante activités non intermédiaires $\bar{\pi}$ est considérée comme stochastique et indépendante de $CF(t)$ défini en (3). Par contre, si l'on fait l'hypothèse que les services bancaires constituent un processus de production conjoint (cf. Adar, Agmon et Orgler [1975]), il convient d'utiliser une fonction d'intermédiation non homogène qui capture le caractère multiservice de l'extrant financier. Dans cette approche, on examine les déterminants principaux des frais d'opération, comme c'est le cas, par exemple, dans Hancock [1985] ou Lawrence [1989].

où, au-delà des variables déjà définies antérieurement, E_0 désigne l'espérance mathématique étant donné l'information disponible à l'instant $t=0$, r est le taux d'actualisation et CD_t et S_t sont les variables de contrôle non-négatives — définissant ainsi les stratégies admissibles. L'équation (4) constitue une spécification discrète particulière d'un modèle en temps continu développé dans Chateau (1985 et 1989), modèle qui s'inspire de celui de Pindyck (1982) et de ses extensions chez Abel (1983 et 1984). Enfin, pour être complet, il convient de faire trois remarques additionnelles: un, les marchés de crédit et de dépôts sont indépendants étant donné l'existence d'un taux d'intérêt parfaitement élastique sur le marché des CDs (cf. Pringle [1973]). Deux, le taux sur CDs , m_t , peut être considéré comme constant à travers le temps, ce sans perte de généralité. Trois, les contraintes institutionnelles telles qu'assurance des dépôts, coefficient de réserve ou de liquidité, coefficient capital-actifs, etc., ne sont point intégrées explicitement par souci de clarté.

III. SA SOLUTION ET LES EFFETS À COURT TERME

Examinons maintenant le problème d'optimisation de l'intermédiaire. Comme celui-ci ne peut déterminer avec certitude les montants des financements qu'il aura *ex post* au bilan (en fin de période), la variable de contrôle CD est déterminée après que le taux de crédit et le montant des dépôts de base soient observés au cours de chaque période. La valeur optimale V^* des cash-flows à court terme est dès lors une fonction du stock des dépôts de base et du taux de crédit de la période courante. Soit

$$V^*(D_t, \ell_t) = \max_{CD_t} [\ell_t I(CD_t, D_t) - m_t CD_t - s_t CD_t - s_t D_t] \quad (5)$$

$$= [D_t f(\ell_t)]$$

où la seconde égalité repose sur le fait que V est convexe en ℓ_t et que la fonction d'intermédiation est homogène du premier degré. Suite à cette première étape de maximisation du financement par CDs , le problème de l'intermédiaire se réduit alors à celui de la détermination du flux de dépôts nouveaux dans

$$\max_{S_t} E_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} r^t [D_t f(\ell_t) - c(S_t)] \right\} \quad (6)$$

sous la contrainte dynamique (2), D_0 étant déterminé initialement. Avant de présenter la condition de premier ordre pour S_t , déterminons celle de D_t et utilisons-la conjointement avec la condition de transversalité pour obtenir le prix d'ordre (dual) des dépôts de base, q_t . Soit

$$q_t = E_t \left\{ \sum_{j=1}^{\infty} r^j \lambda^{j-1} f(\ell_{t+j}) \right\} \quad (7)$$

où q_t désigne la valeur anticipée actualisée du revenu marginal sur crédits lorsque ces derniers sont financés à partir de dépôts nouveaux. Ces fonds collectés à la période t ne sont affectés aux crédits qu'à la période suivante, $t+1$, par l'entremise de la fonction d'intermédiation $I(\cdot)$. Cette interprétation est consistante avec l'approche d'inventaire que nous avons privilégiée. A partir de la condition de premier ordre $\partial V / \partial S = 0$, d'autre part, nous obtenons l'égalité entre le coût

marginal d'ajustement des dépôts nouveaux, $c'(S)$, et le prix d'ordre des dépôts existants, q_t . En inversant cette dernière, nous obtenons

$$S_t = \frac{1}{c'(S_t)} q_t = g(q_t). \quad (8)$$

À cause de la convexité du coût d'ajustement ($c'' > 0$), il appert que $g' > 0$ (pour chacune des fonctionnelles nous avons omis les arguments puisqu'il n'existe aucune confusion possible), de sorte que:

PROPOSITION I

Le flux de dépôts nouveaux est une fonction croissante du prix d'ordre des dépôts existants, q_t . De plus, la variation de g' est fonction de celle de c'' puisque $g'' > (=) < 0$ lorsque $c''' < (=) > 0$.

Notre propos va toutefois au-delà de la proposition précédente, puisqu'à partir des expressions (7) et (8), nous pouvons déterminer l'effet à court terme de la volatilité du taux de crédit, $\sigma^2(\ell)$, sur le flux *courant* de dépôts nouveaux, S_t . A cette fin, certains rappels s'avèrent utiles avant de présenter le résultat. Premièrement, rappelons que ℓ_t évolue selon un processus autorégressif du premier ordre; nous supposons aussi que sa volatilité s'accroît progressivement (par petits accroissements) à partir d'un taux qui est à l'origine déterministe. Deuxièmement, bien qu'en (7), $f(\ell)$ soit convexe, en (8), $g(q)$ s'avère être concave, linéaire ou convexe selon que le coût marginal d'ajustement est convexe, linéaire ou concave, respectivement. Troisièmement, selon (8), S_t est fonction de q_t , qui à son tour est une fonction de $f(\ell_{t+j})$, (voir (7)). Tenant compte de ces remarques, nous développons alors en série de Taylor $f(\ell_{t+j})$ au voisinage de la moyenne $\bar{\ell}$, prenons l'espérance conditionnelle de $f(\ell_{t+j})$ et substituons le développement dans l'expression (7). Il en résulte une expression quadratique en $\tilde{x}_t \equiv (\ell_t - \bar{\ell})$. Soit

$$q_t = \frac{r\rho^2}{2} \left[\bar{q} + \mu_1 \tilde{x}_t + \mu_2 \tilde{x}_t^2 \right] \quad (9)$$

$$\text{où } \bar{q} \equiv 2\left(\alpha / \rho^2\right) f + \left[\left(\frac{\alpha \gamma}{\rho^2} \right) \sigma^2 \right] f'' \geq 0, \quad (9a)$$

$$\mu_1 \equiv 2(\beta / \rho) f' \geq 0, \quad (9b)$$

$$\mu_2 \equiv \gamma f'' \geq 0. \quad (9c)$$

Pour alléger la notation en (9a), (9b) et (9c), nous avons défini les expressions suivantes: $\alpha = (1 - \lambda r)^{-1}$, $\beta = (1 - \rho \lambda r)^{-1}$ et $\gamma = (1 - \rho^2 \lambda r)^{-1}$. L'argument $\bar{\ell}$ de $f(\cdot)$ a également été omis par souci de clarté.

À cause des termes (9a) à (9c), il appert que la convexité de $f(\cdot)$ assure que \bar{q} et q_t sont positifs. Il s'ensuit que, pour toute valeur donnée de ℓ_t , un accroissement de la valeur de $\sigma^2(\ell)$ en (9a) entraîne un accroissement correspondant de q_t en (9), et dès lors aussi, de S_t en (8). Par contre, lorsque $f(\cdot)$ est linéaire, tout accroissement de σ^2 demeure sans effet sur q_t , et *a fortiori*, sur le flux courant de dépôts nouveaux, S_t . Ce raisonnement analytique nous permet d'énoncer la

PROPOSITION II

Étant donné un accroissement progressif de la volatilité du taux de crédit $\sigma^2(\ell)$ (ce dernier demeurant alors constant à travers le temps), l'intermédiaire représentatif collecte un flux courant croissant de dépôts nouveaux si $f(\cdot)$ est convexe.

Cette proposition peut être interprétée de deux façons⁵. Selon la première, supposons qu'il existe deux intermédiaires identiques en tous points sauf quant à la variance des rendements sur prêts qui est supérieure pour le second. La proposition II indique alors que le flux courant de dépôts nouveaux collectés par le second intermédiaire sera supérieur à celui collecté par le premier. La seconde façon d'envisager le problème est de soumettre le même intermédiaire à une expérience répétée où les conditions demeurent identiques sauf pour un accroissement de la volatilité des rendements sur prêts. Selon notre proposition, le flux courant de dépôts nouveaux sera supérieur dans le second cas. Par contre, si nous désirons déterminer l'effet sur les dépôts d'une variance anticipée qui fluctue à travers le temps, il convient de modéliser le phénomène comme dans Abel (1988).

Au-delà des effets à court terme, nous souhaitons aussi examiner l'impact de la variabilité du taux de crédit sur le stock anticipé des dépôts de base à long terme. A cet effet, nous devons vérifier l'existence d'une valeur attendue d'équilibre pour la distribution stationnaire de D ; ce qui revient à démontrer que la valeur d'équilibre stable constitue la limite de $E_t(D_s)$, à tout instant t , pour s approchant l'infini. Ceci est fait en faisant appel à un lemme⁶ prouvé dans Abel (1984, appendice A) qui, adapté à notre problème d'intermédiation, démontre que: si $p \lim (D_s)$ existe et est fini et que $0 < \lambda < 1$, alors $p \lim (D_s) = (1 - \lambda)^{-1} p \lim (S_s)$.

Ce préalable étant établi, nous passons alors aux effets à long terme, l'objet de la section IV.

IV. EFFET À LONG TERME

En vue de capter l'effet à long terme de la volatilité du taux de crédit sur les flux et stock de dépôts, nous devons déterminer la distribution stable du flux de dépôts nouveaux futurs, et de là, celle du stock de dépôts de base — dans la mesure évidemment où il y a convergence vers un équilibre permanent. Analytiquement ceci revient à déterminer l'effet d'un accroissement constant à travers le temps de

5. Ces interprétations nous ont été suggérées par un arbitre anonyme que nous remercions.

6. Dans ce lemme, le terme $p \lim$ n'est pertinent que si $\lim_{s \rightarrow \infty} E_t(S_s)$ existe et que les conditions de régularité pour passer de \lim à $p \lim$ sont respectées.

$\sigma^2(\ell)$ sur le flux S_{t+j} , le taux ℓ_t étant donné. A cet effet, nous procédons tout d'abord au développement de l'expression (8) en série de Taylor au voisinage de \bar{q} à l'instant $t + j$. Lorsque ce développement est limité au terme quadratique, nous obtenons

$$S_{t+j} = g(\bar{q}) + g'(\bar{q})(q_{t+j} - \bar{q}) + .5g''(\bar{q})(q_{t+j} - \bar{q})^2. \quad (10)$$

Mais puisque q_t est lui-même une fonction de ℓ_{t+j} , nous pouvons développer de façon identique $f(\ell_{t+j})$ autour de $\bar{\ell}$, calculer l'espérance conditionnelle de $f(\ell_{t+j})$ et substituer le tout en (10). Ces développements ayant déjà été présentés à la section précédente, nous substituons immédiatement la relation finale (9), actualisée à la période $t + j$, en (10). Nous obtenons ainsi S_{t+j} comme fonction quadratique de $\tilde{x}_{t+j} \equiv (\ell_{t+j} - \bar{\ell})$. Soit

$$S_{t+j} = g + g'\mu_1\tilde{x}_{t+j} + (g'\mu_2 + .5g''\mu_1^2)\tilde{x}_{t+j}^2 \quad (11)$$

où l'argument de $g(\bar{q})$ est omis pour la clarté de l'exposition.

La solution à long terme de S_{t+j} correspond à la moyenne stable de sa distribution de probabilité. Celle-ci est obtenue sous l'hypothèse que, par convergence en distribution⁷, la limite de la moyenne de \tilde{x}_{t+j} est zéro et que sa variance est donnée par $\lim_{j \rightarrow \infty} E_t[\tilde{x}_{t+j}^2] = \sigma^2(1 - \rho^2)^{-1}$. En tenant compte de cette information en (11), nous obtenons

$$\lim_{j \rightarrow \infty} E_t(S_{t+j}) = g + [g'\mu_2(1 - \rho^2)^{-1}]\sigma^2 + .5[g''\mu_1(1 - \rho^2)^{-1}]\sigma^2. \quad (12)$$

Nous procédons alors comme dans l'approche à court terme: c.-à-d. nous introduisons un certain montant de volatilité, $\sigma^2(\ell)$, dans une situation qui était à l'origine déterministe, nous différencions l'expression (12) par rapport à σ^2 et évaluons le résultat obtenu à la valeur $\sigma^2 = 0$. Tout ceci nous donne

$$B = \frac{d}{d\sigma^2} \left[\lim_{j \rightarrow \infty} E_t(S_{t+j}) \right] \Big|_{\sigma^2=0} \propto (k_f - wk_c) \equiv \hat{B} \quad (13)$$

où le symbole \propto indique que l'expression est proportionnelle⁸ à, et où

$$k_f = f \cdot (f')^{-2} \cdot f'', \quad (13a)$$

$$k_c = c' \cdot (c'')^{-2} \cdot c''' \quad \text{et}, \quad (13b)$$

$$w = \rho^2(\beta / \alpha)^2. \quad (13c)$$

7 Au lieu de recourir au concept de convergence en probabilité pour $\lim_{j \rightarrow \infty} E_t(S_{t+j})$, nous pouvons faire appel au concept alternatif plus général de convergence en carré de la moyenne (cf. Duffie [1988] ou Malliaris [1982]). Lorsqu'il s'avère difficile d'établir la stabilité stochastique de la solution d'équilibre ici de S_{t+j} – on la remplace par la notion de solution bornée.

8 Le terme de proportionnalité est $.5(f')^2 r / [(1 - \rho^2)fc''\alpha]$. En déterminant le signe de B dans $B \propto \hat{B}$, nous obtenons l'effet d'un accroissement de la variabilité des rendements sur prêts sur le flux anticipé de dépôts nouveaux futurs. Étant donné le caractère d'équilibre de la solution de flux et en utilisant le lemme énoncé en fin de section III, nous obtenons l'effet du flux sur le stock d'équilibre des dépôts de base.

Les expressions (13a) et (13b) définissent la courbure de la technologie d'intermédiation, caractérisée par $f(\ell)$, et celle de la technologie de coût, caractérisée par la fonction de coût marginal, $c'(S)$, respectivement. À cause des hypothèses émises précédemment, la courbure de la fonction d'intermédiation k_f n'est jamais négative; par contre, celle du coût marginal d'ajustement k_c est de signe (strictement) positif ou négatif dépendant de la (stricte) convexité ou concavité de $c'(S)$. De plus, le signe de \hat{B} , et dès lors de B , dépend de la courbure de ces deux technologies mais aussi d'hypothèses plus spécifiques quant au taux de crédit, c.-à-d. pour w en (13c). Considérons tout d'abord l'impact en (13) et (13c) des deux cas extrêmes suivants: le processus stochastique du taux de crédit est soit non corrélé soit autorégressif du premier ordre. Sans entrer dans les détails, dans la plupart des cas liés à ces deux extrêmes, un accroissement de la volatilité entraîne une augmentation du flux d'équilibre des dépôts nouveaux futurs — en d'autres termes \hat{B} et B sont positifs en (13). Ceci, à son tour, fait croître le niveau attendu à long terme du stock de dépôts de base, entraîne une intermédiation positive, et ultimement, gonfle l'offre de crédit. Il existe un cas toutefois (bien que ce soit un cas spécial) où le niveau d'équilibre à long terme des dépôts de base décline. Ce cas d'espèce mérite une attention particulière puisqu'il entraîne un retrécissement de la base des dépôts à long terme; de plus cette «désintermédiation» des financements de base résulte d'un processus d'optimisation, et non, du pur hasard.

Nous allons appréhender ce phénomène particulier en deux étapes. Tout d'abord, le signe de \hat{B} , et dès lors de B aussi, en (13) s'avère être négatif si k_c est positif et plus grand que k_f . Cette condition (le coût marginal est plus convexe que la fonction d'intermédiation) n'est toutefois respectée que dans le cas où il y a corrélation temporelle du taux de crédit. Etant donné cette limitation initiale sur le coût d'ajustement, la seconde étape consiste à introduire des contraintes additionnelles sur k_f . Pour que l'expression \hat{B} demeure négative, il convient que l'inégalité suivante soit respectée:

$$k_c > w^{-1} k_f \geq 0 \quad (14)$$

pour autant que le terme $w^{-1} \equiv \rho^{-2}$. $(\alpha/\beta)^2$ devienne assez petit pour tendre vers un. Or, ce sera le cas lorsque $|\rho| < 1$ croît vers un (*a fortiori* $\rho^2 \rightarrow 1$) et que, simultanément, λ et r tendent vers zéro dans les expressions $\alpha = (1 - \lambda r)^{-1}$ et $\beta = (1 - \rho \lambda r)^{-1}$. Cette procédure à deux étapes nous permet alors d'énoncer la proposition suivante:

PROPOSITION III

Un accroissement de la volatilité du taux de crédit entraîne une désintermédiation des dépôts de base si la fonction de coût marginal d'ajustement est plus convexe que celle d'intermédiation. Cette condition initiale étant respectée, la réduction du stock d'équilibre à long terme des dépôts de base ne se matérialisera que si trois conditions additionnelles sont réalisées simultanément: le degré de persistance des déviations du taux de crédit par rapport à sa valeur à long terme est élevé, le taux d'actualisation utilisé par l'intermédiaire est faible, et, le taux de rétention des dépôts de base tend vers zéro.

Il est bon de récapituler de façon plus intuitive les conditions restrictives qui sont suffisantes pour entraîner une diminution du niveau attendu d'équilibre des dépôts de base. Dans un modèle d'optimisation, un accroissement de la volatilité du taux de crédit (induit, par exemple, par un défaut de paiement d'intérêts sur prêts ou par une perte de principal) entraîne une désintermédiation des financements de base uniquement si le coût marginal d'ajustement est suffisamment convexe pour que $k_c > k_f$. Mais, même lorsque cette dernière inégalité est respectée, l'accroissement de l'incertitude du taux de crédit entraîne *en général* un accroissement du stock d'équilibre à long terme des dépôts de base, et partant, une intermédiation financière positive et un gonflement de l'offre de crédit. L'intermédiation (positive) ne se transforme en une désintermédiation et une perte de financements de base que si trois conditions sont réunies simultanément: le taux d'escompte utilisé pour actualiser les cash-flows d'intermédiation est peu important, l'attrition des dépôts existants est sévère et la corrélation temporelle du taux de crédit est très prononcée. Dans ce dernier cas, la perte de dépôts de base résulte à la fois de corrélations positives et négatives puisque le terme ρ^2 apparaît dans les relations (13) et (14). Les corrélations positives correspondent au phénomène de persistance du taux courant au-dessus ou au-dessous du taux normal à long terme au cours des phases du cycle de crédit. Celles négatives, par contre, correspondent à des renversements rapides de taux qui capturent les pertes (défauts) sur prêts ou des changements non anticipés des politiques macroéconomiques.

V. CONCLUSIONS

L'étude présente un modèle stochastique de la gestion dynamique des passifs d'un intermédiaire financier compétitif caractérisé par la neutralité au risque et une fonction de transformation d'actifs dont les rendements à l'échelle sont constants. Ce modèle vise à déterminer l'effet de la volatilité du taux de crédit sur les flux courants et futurs de dépôts nouveaux, et de là, sur le stock anticipé à long terme des dépôts de base. Nos conclusions reprennent les aspects principaux du modèle de financement dynamique et sont suivies de deux remarques afférentes aux hypothèses simplificatrices utilisées dans le modèle.

Trois résultats théoriques découlent de notre analyse. Il s'agit de:

- (1) Dans un modèle de maximisation intertemporelle des cash-flows d'intermédiation en présence de coûts d'ajustement convexes, le flux de dépôts nouveaux collectés est une fonction croissante du prix d'ordre des dépôts existants, q_t . De plus, ce flux courant croît lorsque la volatilité du taux de crédit est accrue — cette volatilité étant représentée par σ^2 (ℓ) constant à travers le temps.
- (2) Une volatilité accrue va également gonfler les flux futurs de dépôts nouveaux, et dès lors, faire monter le niveau d'équilibre à long terme des dépôts existants, ce si et seulement si le taux de prêt est non corrélé — c.-à-d. si l'intermédiaire ne révisé pas ses prévisions de taux à travers le temps. Cette solution stationnaire entraîne une intermédiation positive à long terme et s'obtient dans deux cas distincts: soit le processus de taux est aléatoire, quelle que soit la courbure

de la technologie de coût, soit *vice versa*, cette dernière est concave, quelles que soient la courbure de la technologie d'intermédiation et la persistance temporelle du processus de taux.

- (3) Certaines conditions restrictives permettent l'apparition du phénomène de «désintermédiation» à long terme ou fuite de dépôts existants, ce qui est certes surprenant dans un modèle d'optimisation. L'effet d'un accroissement de l'incertitude du taux de crédit (mais ceci vaut uniquement lorsque les prévisions de taux sont corrélées temporellement) sur le volume attendu et stable à long terme des dépôts de base dépend de la courbure de la technologie de coût d'ajustement, sous les restrictions suivantes. Premièrement, lorsque la fonction de coût marginal d'ajustement est plus convexe et plus positive que celle d'intermédiation, le stock d'équilibre des dépôts de base tend à décroître. Deuxièmement, étant donné la restriction précédente, le niveau attendu à long terme des dépôts existants ne continuera à baisser que s'il y a forte persistance temporelle des fluctuations de taux, que si le taux d'actualisation des cash-flows est faible ou négligeable, et enfin, que si l'attrition des dépôts de base devient très importante.

Comme dans tout modèle fortement spécifié, nos hypothèses simplificatrices ne sont pas sans présenter certaines limitations. Passons brièvement en revue deux de celles-ci. Une première et sérieuse limitation du modèle est le fait que le processus autorégressif du taux de crédit est considéré comme exogène au modèle. D'une façon plus fondamentale, l'incertitude du taux (de la demande) devrait découler de variations stochastiques dans les préférences des emprunteurs: dans ce cas, les fluctuations du taux de crédit sont déterminées de façon endogène par l'interaction des chocs de la demande et des réponses de l'offre (on consultera Lucas et Prescott [1971] pour une approche endogène).

Deuxièmement, notre analyse est aussi limitée par l'hypothèse d'équilibre instantané des marchés d'actifs et de passifs financiers, ce qui empêche l'apparition de demande excédentaire de prêts ou d'offre excédentaire de moyens de financement. Les articles sur le rationnement du crédit, par exemple, examinent les caractéristiques du déséquilibre temporaire du marché lorsque certains emprunteurs ont une probabilité positive de ne pas obtenir, en partie ou totalement, les prêts courants ou les engagements de prêts contractés (cf. Chateau [1983]). Une extension intéressante de la présente analyse serait de considérer un marché de crédit qui s'équilibre lentement ou serait incomplet, voire de considérer un processus d'intermédiation qui introduirait des marchés au comptant et à terme des deux côtés du bilan, c.-à-d. pour le crédit et le financement simultanément.

BIBLIOGRAPHIE

- ABEL, ANDREW B., 1983, «Optimal Investment Under Uncertainty», *American Economic Review*, 73(1), 228–233.
- _____, 1984, «The Effects of Uncertainty on Investment and the Expected Long-Run Capital Stock», *Journal of Economic Dynamics and Control*, 7, 39–53.
- _____, 1988, «Stock Prices Under Time-Varying Dividend Risk: An Exact Solution in an Infinite-Horizon General Equilibrium Model», *Journal of Monetary Economics*, 22, 375–393.
- ADAR, ZVI, TAMIR AGMON and YAIR E. ORGLER, 1975, «Output Mix and Jointness in Production in the Banking Firm», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 7, 235–243.
- BALTENSPERGER, E., 1980, «Alternative Approaches to the Theory of the Banking Firm», *Journal of Monetary Economics*, 6(1), 1–37.
- BOND, DAVID E., JOHN F. CHANT and RONALD A. SHEARER, 1984, *The Economics of the Canadian Financial System: Theory, Policy & Institutions*, 2nd Edition, Prentice-Hall Canada Inc., Scarborough, Ontario.
- CHATEAU, J.-P.D., 1983, «Credit Rationing as a (Temporary) Suboptimal Equilibrium with Imperfect Information», *European Economic Review*, 23(1), 195–201.
- _____, 1985, «Liability Management of Financial Intermediaries in a Dynamic and Uncertain Perspective», *European Economic Review*, 27, 183–200.
- _____, 1989, «Liability Management of Financial Intermediaries in a Dynamic and Uncertain Perspective: Corrigendum», *European Economic Review*, 33(7), 1487–1488.
- CLARK, JEFFREY A., 1984, «Estimation of Economies of Scale in Banking Using a Generalized Functional Form», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 16(1), 53–68.
- DESMUHK, SUDHAKAR, STUART I. GREENBAUM and GEORGE KANATAS, 1983, «Lending Policies of Financial Intermediaries Facing Credit and Funding Risk», *Journal of Finance*, 38, 873–886.
- DIAMOND, DOUGLAS and PHILIP DYBIVIG, 1983, «Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity», *Journal of Political Economy*, 91, 401–419.
- DUFFIE, D., 1988, *Security Markets: Stochastic Models*, Academic Press, San Diego.
- FLANNERY, MARK J., 1982, «Retail Bank Deposits and Quasi-Fixed Factors of Production», *American Economic Review*, 72(3), 527–536.
- GOULD, JOHN P., 1968, «Adjustment Costs in the Theory of Investment of the Firm», *Review of Economic Studies*, 35, 47–55.

- HANCOCK, DIANA, 1985, «A Model of the Financial Firm with Imperfect Asset and Deposit Elasticities», *Journal of Banking and Finance*, 10, 37–54.
- HARTMAN, RICHARD, 1972, «The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment», *Journal of Economic Theory*, 5, 258–266.
- LAWRENCE, COLIN, 1989, «Banking Costs, Generalized Functional Form, and Estimation of Economies of Scale and Scope», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 21(5), 368–379.
- LERMER, G., 1980, «The Performance of Canadian Banking», *Canadian Journal of Economics*, 13(4), 578–593.
- LUCAS, ROBERT E., JR., 1967, «Adjustment Costs and the Theory of Supply», *Journal of Political Economy*, 75, 321–334.
- LUCAS, ROBERT E., JR. and EDWARD C. PRESCOTT, 1971, «Investment Under Uncertainty», *Econometrica*, 47, 163–178.
- MALLIARIS, A.G., 1982, *Stochastic Methods in Economics and Finance*, North Holland, Amsterdam.
- MITCHELL, DOUGLAS W., 1979, «Explicit and Implicit Demand Deposit Interest», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 11, 182–91.
- PINDYCK, ROBERT S., 1982, «Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of the Firm», *American Economic Review*, 72(3), 415–427.
- PRINGLE, JOHN J., 1973, «A Theory of the Banking Firm: Comment», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 5, 990–995.
- SANTOMERO, ANTHONY M., 1984, «Modeling the Banking Firm», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 16, 4 part 2, 576–616.
- STARTZ, RICHARD, 1983, «Competition and Interest Rate Ceilings in Commercial Banking», *Quarterly Journal of Economics*, 98, 255–265.